

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ФИЛЬТРАЦИИ ЖИДКОСТИ В МНОГОСЛОЙНЫХ ПЛАСТАХ ПО МОДЕЛИ ХАНТУША

И. Алимов, Д.С. Тухтаназаров,

Центр разработки программных продуктов
и аппаратно-программных комплексов
при Ташкентском университете
информационных технологий,
Узбекистан, г. Ташкент

Ключевые слова: *Месторождения, жидкость, фильтрация, модель, распределения, алгоритм.*

Вся наша жизнь пронизана проблемами. Каждый человек ежедневно сталкивается с необходимостью принятия решений. Наиболее важные и трудные решения как-то выделяются и становятся предметом анализа. При этом основной подход всегда один: собирается точная, надежная и адекватная информация, а затем принимается решение. Поэтому для принятия более надежного решения приходится использовать точную информацию, описывающую рассматриваемый объект.

С этой точки зрения, в данной работе рассматриваются вопросы совершенствования вычислительного алгоритма для решения задачи фильтрации жидкости в многослойных пластах.

Математические модели различных сложных процессов описываются уравнениями параболического типа. В месторождениях, которые имеют по вертикали плохопроницаемый характер или они многослойные, давления в нижней части отличаются от давления верхней. По этому месторождения такого характера изучаются решением задач в трехмерной постановке. Однако в процесс решения трехмерных задач с целью облегчения расчетов приходится упростить. С этой целью исследователи основываясь на ряде допущений создали, следующие модели применительно к решению рассматриваемых нами задач.

- Мятиева-Гринского;
- Щелкачева-Гусейнзаде;
- Хантуша.

В основу так называемой гидравлической теории Мятиева-Гринского положены следующие допущения [1]:

- 1) под многослойностью подразумевается система чередующихся продуктивных и слабопроницаемых пропластков;
- 2) границами раздела между слоями являются горизонтальные плоскости;
- 3) давления в слоях, обеспечивающих переток, постоянны;
- 4) различие проницаемостей продуктивных и слабопроницаемых слоев очень велико, поэтому можно считать, что поток в слабопроницаемых слоях является вертикальным;

5) запас упругой энергии жидкости в слабопроницаемых слоях мал и им можно пренебречь;

6) давление в каждом из продуктивных слоев может быть осреднено по высоте этого слоя.

Применительно к нефтегазовой подземной гидромеханике задача о взаимодействии двух пластов, разделенной слабопроницаемой перемычкой, впервые изучена В.Е. Щелкачевым и М.А. Гусейнзаде, которые предлагали более совершенную модель Мятлева-Гринского. Они учитывали изменение давления в продуктивных слоях по мощности. В моделях Мятлева-Гринского и Щелкачева-Гусейнзаде не учитываются запасы флюида в слабопроницаемых пропластках [1]. Этот пробел был устранен М.С. Хантушем [2] и в результате получена новая математическая модель. Однако при численной реализации задачи с увеличением прослоек она усложняется.

Общая постановка задачи. Процесс изотермической фильтрации в многослойных пластах (рис.1) при справедливости линейного закона фильтрации описывается системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(K_i(x, y, z) \frac{\partial U_i}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_i(x, y, z) \frac{\partial U_i}{\partial y} \right) + \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_i(x, y, z) \frac{\partial U_i}{\partial z} \right) = M_i(x, y, z) \frac{\partial U_i}{\partial t} + F_i(x, y, z, t) \end{aligned} \quad (1)$$

$$(x, y, z) \in D_i, \quad t > 0 \quad i = \overline{1,3}.$$

Вид связи между функциями $U_i(x, y, z, t)$, $M_i(x, y, z)$ и значением пластового давления $P_i(x, y, z, t)$ зависит от свойств фильтрующего флюида и характеристик коллектора. В частности, при фильтрации слабосжимаемой жидкости имеем

$$U_i(x, y, z, t) = P_i(x, y, z, t), \quad M_i = m \cdot \beta_i^* \quad K_i = \frac{k_i}{\mu},$$

где $P_i(x, y, z, t)$ – значение пластового давления в точке $A_i(x, y, z)$ в момент времени t ;

$F_i(x, y, z, t)$ – так называемые функции плотности отбора, удовлетворяющие соотношению

$$F_i = \iiint_{D_i} F_i(x, y, z, t) dx dy dz = Q_i(t),$$

$Q_i(t)$ – алгебраическая сумма объемных расходов источников и стоков в момент времени t для i -го пласта,

$$F_i = \sum_{k=0}^l \sum_{v=1}^{n_k} q_v(t) \delta(x - x_v) \delta(y - y_v) Y(t - t_k),$$

$$Y(t - t_k) = \begin{cases} 0 & t < t_k; \\ 1 & t \geq t_k; \end{cases}$$

n_k – число скважин, введенных в действие до момента t_{k-1} ;

l – количество циклов ввода новых скважин.

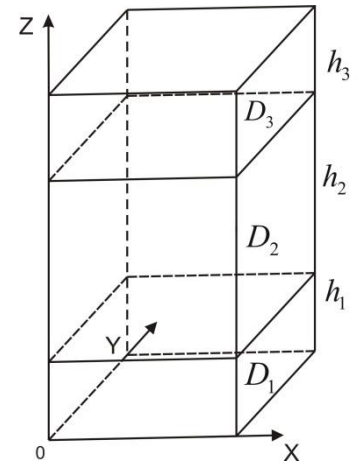


Рис.1. Изотермическая фильтрация в многослойных пластах

Рассмотрим математическую формулировку возможных начальных и краевых условий исходя из уравнения (1).

Начальные условия:

$$U_i(x, y, z, 0) = f_i(x, y, z). \quad (2)$$

Чаще всего в качестве $f_i(x, y, z)$ берут постоянную величину $U_{i,0}$, характеризующую невозмущенность пласта в начальный момент времени при пренебрежении весом столба жидкости в пределах мощности i -го пласта.

Краевые условия характеризуют связь рассматриваемой системы с окружающей средой в любой момент времени t .

Рассмотрим краевые условия в различных случаях.

В случае непроницаемой границы отсутствует обмен через внешнюю поверхность. Тогда, согласно закону Дарси, нормальные к границе компоненты скорости должны быть по обе стороны одинаковыми:

$$\left. \frac{\partial U}{\partial n_0} \right|_{\Gamma} = 0; \quad (3)$$

n_0 – внешняя нормаль к Γ ; Γ – поверхность области фильтрации D .

В случае проницаемой границы происходит обмен через внешнюю границу согласно определенному закону: $U_i(x, y, z, t)|_{\Gamma} = \varphi_i(x, y, z, t)$. В частном случае считаем, что $\varphi_i(x, y, z, t) = const$.

Допустим, пласт состоит из трех слоев с произвольными характеристиками (рис.1). Течение в каждом пропластке, как и во всем пласте, непрерывно. Отсюда следует условие на границе раздела слоев:

$$\begin{aligned} U_1(x, y, h_1, t) &= U_2(x, y, h_1, t); \\ U_2(x, y, h_2, t) &= U_3(x, y, h_2, t). \end{aligned} \quad (4)$$

Известно, что количество веществ, входящих в границу с одной стороны, должны выйти из нее с другой стороны;

$$K_1 \left. \frac{\partial U_1}{\partial z} \right|_{z=h_1-0} = K_2 \left. \frac{\partial U_2}{\partial z} \right|_{z=h_1+0}; \quad K_3 \left. \frac{\partial U_3}{\partial z} \right|_{z=h_2+0} = K_2 \left. \frac{\partial U_2}{\partial z} \right|_{z=h_2-0}. \quad (5)$$

Схема Хантуша. Согласно допущению 6, интегрируя уравнение (1) по z в пределах h_{i-1} до h_i , с учетом условия (3) получаем

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_2 \frac{\partial \mathcal{G}_2}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_2 \frac{\partial \mathcal{G}_2}{\partial y} \right) = M_2 \frac{\partial \mathcal{G}_2}{\partial t} + F(x, y, t) - q_{n2}, \quad (6)$$

$$\mathcal{G}_2 = \frac{1}{h_2 - h_1} \int_{h_1}^{h_2} U_2(x, y, z, t) dz; \quad q_{n2} = q_{n1} + q_{n3};$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(K_i \frac{\partial U_i}{\partial z} \right) = M_i \frac{\partial U_i}{\partial t}; \quad h_{i-1} < z < h_i \quad i=1,3; \quad (7)$$

$$\mathcal{G}_2|_{t=0} = \varphi_2(x, y); \quad U_i|_{t=0} = \varphi_i(z); \quad (8)$$

$$U_1|_{z=h_1-0} = \mathcal{G}_2|_{z=h_1+0}; \quad U_3|_{z=h_2+0} = \mathcal{G}_2|_{z=h_2-0}; \quad (9)$$

$$\left. \frac{\partial U}{\partial n} \right|_{\Gamma} = 0. \quad (10)$$

При этом

$$q_{ni} = \frac{(-1)^{i+1} K_i}{h_i - h_{i-1}} \left. \frac{\partial U_i}{\partial z} \right|_{z=h_i}. \quad (11)$$

Здесь $q_{ni}(t)$ -равномерно распределенная функция, вытекающая из слабо-проницаемых слоев. Таким образом, мы приходим рассмотрению системы одномерных и двумерных уравнений.

Для решения (6)-(11) переходим к безразмерным переменным. Двумерное уравнение (6) описывает процесс в хорошо проницаемых слоях. Для решения уравнений (6)-(11) используем продольно-поперечную схему и метод потоковой прогонки [3,4].

Предположим, трехслойный пласт имеет вид параллелепипеда, приведенный на рис.1. Даже в случае произвольной области с применением метода фиктивных областей [1] его можно привести к виду параллелепипеда. В пропластах D_1 , D_3 рассматриваются течения только по вертикали (OZ), и решаем уравнения (7) с соответствующими условиями (8)-(9). Разрабатывается средний пропласт (D_2) в плановой постановке решения уравнения (6) с соответствующими условиями (8)-(10) с учетом перетока (11) из верхнего (D_3) и нижнего (D_1) пропластов (рис.1).

При проведении вычислительного эксперимента использованы следующие данные. В рассматриваемом тестовом примере расположение эксплуатационных скважин взято симметрично в прямоугольнике (D_2) с целью проверки численных результатов и проверки симметричности течения нефти при разработке. Качественные изменения этих параметров, которые приведены на рис. 2 и 3, полностью соответствуют динамике, хотя на этих рисунках их значения приведены в конкретный момент времени. Взяты следующие данные:

$$L_x = 1000 \text{ м}, \quad L_y = 1000 \text{ м}, \quad h_1 = h_3 = 5 \text{ м}, \quad h_2 = 50 \text{ м} \quad \mu = 2 \frac{\text{г} \cdot \text{сек}}{\text{см}^2},$$

$$k_1 = k_3 = 0.05 \text{ см}^2, \quad k_2 = 0.15 \text{ см}^2, \quad m_1 = m_3 = 0.2, \quad m_2 = 0.2, \quad P_0 = 50 \text{ атм}.$$

Изменение значений давления и перетоков в исследуемой части области показано на рис.2 и рис.3.

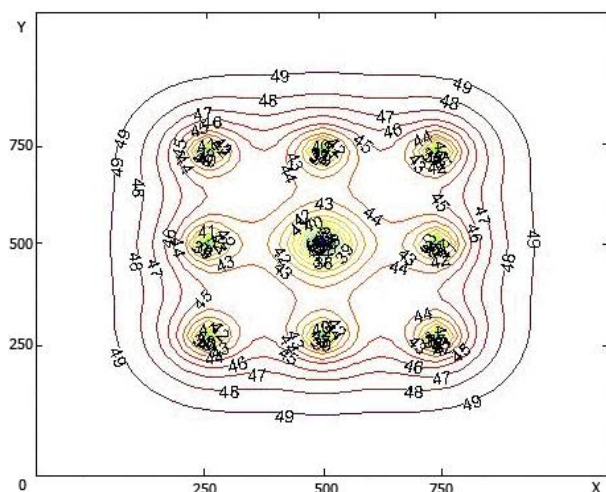


Рис.2. Карта изобар в пропластке D_2 в момент времени $T = 720$ сут.

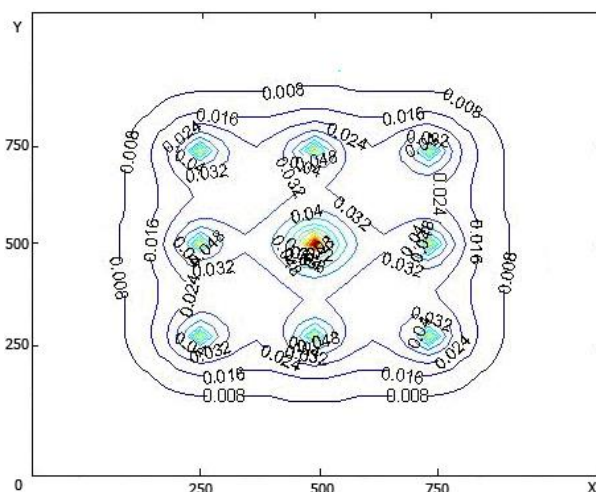


Рис.3. Карта перетоков из пропластков D_1 и D_3 в области D_2 в момент времени $T = 720$ сут.

Данные фонда скважин приведены в табл.1.

Таблица 1

№	X, м	Y, м	$m^3 / \text{сут}$	№	X, м	Y, м	$m^3 / \text{сут}$
1	500	500	30000	6	500	700	18000
2	300	300	18000	7	700	300	18000
3	300	500	18000	8	700	500	18000
4	300	700	18000	9	700	700	18000
5	500	300	18000				

Анализ полученных результатов показывает, из-за того, что скважины расположены симметрично и значение поля давления также симметрично в центральной скважине, значение дебита больше чем в остальных скважинах, естественно значения давления также меньше. Так как скважины № 5, 3, 6, 8 расположены ближе к центральной скважине № 1, чем скважины № 2, 4, 7, 9, соответственно, значения давления также меньше в этих точках. Значения перетока, естественно, также симметрично и больше там, где меньше значения давления.

Анализ этих результатов показывает, что в эксплуатационных скважинах давление уменьшается, и естественно, течение направляется к этим точкам (рис. 2). Значения перетока (рис. 3) близости исследуемой точки к скважинам меняется пропорционально их значениям, т. е. вблизи скважин больше, чем в остальных точках. Все это указывает на то, что разработанная математическая модель и применяемые вычислительные алгоритмы, а также разработанное программное обеспечение позволяют получить результаты, соответствующие физическому смыслу рассматриваемой задачи.

Литература

1. Щелкачев В.Н., Гусейн-заде М.А. Влияние проницаемости кровли и подошвы пласта на движение в нем жидкости // Нефтяное хозяйство. 1953. – № 2.
2. Хантуш М.С. Новое в теории перетекания. В сб.: Вопросы гидрогеологических расчетов. – М.: Мир, 1964.
3. Алимов И., Тухтаназаров Д.С. Вычислительный эксперимент по применению методов обычной и потоковой прогонки для решение уравнении теплопроводности // Узбекский журнал «Проблемы информатики и энергетики». – Ташкент, 2013. – № 1. – 12 с.
4. Алимов И., Тухтаназаров Д.С. Вычислительные алгоритмы для решения двумерных гидродинамических задач с использованием методов прогонки// Узбекский журнал «Проблемы информатики и энергетики». – Ташкент, 2013. – № 5–6. – 53 с.